

**Liceum Ogólnokształcące im. Bolesława Prusa w Skierniewicach**

**Wymagania edukacyjne z matematyki  
w klasie pierwszej, drugiej i trzeciej po gimnazjum**

**zakres podstawowy**

**Rok szkolny: 2019/2020**

**Klasy: 1f, 1j, 1k, 2a, 2d, 2e, 3a, 3d, 3e**

**Nauczyciele: Aleksandra Daciów, Małgorzata Jakim, Elżbieta Michalak,  
Jolanta Sukiennik, Renata Śmieszek, Marek Roźniak, Robert Jarczewski**

- Wymagania **na ocenę dopuszczający** dotyczą zagadnień elementarnych, stanowiących swego rodzaju podstawę, zatem powinny być opanowane przez każdego ucznia.
- Wymagania **na ocenę dostateczny** zawierają zagadnienia wymagane na ocenę dopuszczający wzbogacone o typowe problemy o niewielkim stopniu trudności.
- Wymagania **na ocenę dobry**, zawierające wymagania na oceny dopuszczający i dostateczny, dotyczą zagadnień bardziej złożonych i nieco trudniejszych.
- Wymagania **na ocenę bardzo dobry** zawierające wymagania na oceny dopuszczający, dostateczny, dobry, dotyczą zagadnień problemowych, trudniejszych, wymagających umiejętności przetwarzania przyswojonych informacji.
- Wymagania **na ocenę celujący** dotyczą zagadnień trudnych, oryginalnych, wykraczających poza obowiązkowy program nauczania.
- **Pogrubieniem** oznaczono wymagania, które wykraczają poza podstawę programową dla zakresu podstawowego.

## 1. LICZBY RZECZYWISTE

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

• podaje przykłady liczb: naturalnych, całkowitych, wymiernych, niewymiernych, pierwszych i złożonych oraz przyporządkowuje liczbę do odpowiedniego zbioru liczb
• stosuje cechy podzielności liczb
• rozróżnia liczby pierwsze i liczby złożone
• porównuje liczby wymierne
• podaje przykład liczby wymiernej zawartej między dwiema danymi liczbami oraz przykłady liczb niewymiernych
• zaznacza na osi liczbowej daną liczbę wymierną
• przedstawia liczby wymierne w różnych postaciach
• wyznacza przybliżenia dziesiętne danej liczby rzeczywistej z zadaną dokładnością (również przy użyciu kalkulatora) oraz określa, czy dane przybliżenie jest przybliżeniem z nadmiarem, czy z niedomiarem
• wykonuje proste działania w zbiorach liczb całkowitych, wymiernych i rzeczywistych
• oblicza wartość pierwiastka dowolnego stopnia z liczby nieujemnej oraz wartość pierwiastka nieparzystego stopnia z liczby rzeczywistej
• wyłącza czynnik przed znak pierwiastka
• włącza czynnik pod znak pierwiastka
• wykonuje działania na pierwiastkach tego samego stopnia, stosując odpowiednie twierdzenia
• usuwa niewymierność z mianownika wyrażenia typu $\frac{1}{\sqrt{a}}$
• przekształca i oblicza wartości wyrażeń zawierających pierwiastki kwadratowe, stosując wzory skróconego mnożenia
• wykonuje proste działania na potęgach o wykładnikach całkowitych
• przedstawia liczbę w notacji wykładniczej
• oblicza procent danej liczby
• oblicza, jakim procentem jednej liczby jest druga liczba
• wyznacza liczbę, gdy dany jest jej procent

<ul style="list-style-type: none"> <li>• posługuje się procentami w rozwiązywaniu prostych zadań praktycznych</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• prawidłowo odczytuje informacje przedstawione na diagramach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• wykonuje działania na wyrażeniach algebraicznych (w tym: stosuje wzory skróconego mnożenia dotyczące drugiej potęgi)</li> </ul>

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował zagadnienia na ocenę dostateczny oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje ogólny zapis liczb naturalnych parzystych, nieparzystych, podzielnych przez 3 itp.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• wykorzystuje dzielenie z resztą do przedstawienia liczby naturalnej w postaci <math>a \cdot k + r</math></li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• konstruuje odcinki o długościach niewymiernych</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• usuwa niewymierność z mianownika wyrażenia typu <math>\frac{a}{b \pm c\sqrt{d}}</math></li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• wykonuje działania łączne na liczbach rzeczywistych</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• zamienia ułamek dziesiętny okresowy na ułamek zwykły</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• porównuje pierwiastki bez użycia kalkulatora</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• wykonuje działania łączne na potęgach o wykładnikach całkowitych</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• oblicza, o ile procent jedna liczba jest większa (mniejsza) od drugiej</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje złożone zadania tekstowe, wykorzystując obliczenia procentowe</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• ocenia dokładność zastosowanego przybliżenia</li> </ul>

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności na ocenę bardzo dobry oraz:

<ul style="list-style-type: none"> <li>• przeprowadza dowody twierdzeń dotyczących podzielności liczb</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• uzasadnia prawa działań na potęgach o wykładnikach naturalnych (całkowitych)</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• przeprowadza dowód nie wprost</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące liczb rzeczywistych</li> </ul>

## 2. JĘZYK MATEMATYKI

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

<ul style="list-style-type: none"> <li>• posługuje się pojęciami: zbiór, podzbiór, zbiór skończony, zbiór nieskończony</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• opisuje symbolicznie dane zbiory</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• wyznacza iloczyn, sumę oraz różnicę danych zbiorów</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• zaznacza na osi liczbowej przedziały liczbowe</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• wyznacza iloczyn, sumę i różnicę przedziałów liczbowych</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje proste nierówności liniowe</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• zaznacza na osi liczbowej zbiór rozwiązań nierówności liniowej</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• zapisuje zbiory w postaci przedziałów liczbowych, np. <math>A = \{x \in R : x \geq -4 \wedge x &lt; 1\} = \langle -4, 1 \rangle</math></li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• oblicza wartość bezwzględną liczby rzeczywistej</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje interpretację geometryczną wartości bezwzględnej liczby do rozwiązywania elementarnych równań i nierówności typu <math> x  = a,  x  &lt; a</math></li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• wyznacza błąd bezwzględny oraz błąd względny przybliżenia</li> </ul>

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował zagadnienia na ocenę dostateczny oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"> <li>• zaznacza na osi liczbowej zbiory liczb spełniających układ nierówności liniowych z jedną niewiadomą</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• wykonuje złożone działania na przedziałach liczbowych</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje nierówności liniowe</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• przekształca wyrażenia algebraiczne, korzystając z własności wartości bezwzględnej</li> </ul>

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności na ocenę bardzo dobry oraz:

- rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące zbiorów i własności wartości bezwzględnej

### 3. FUNKCJA LINIOWA

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

• rozpoznaje funkcję liniową na podstawie wzoru lub wykresu
• podaje przykłady funkcji liniowych opisujących sytuacje z życia codziennego
• rysuje wykres funkcji liniowej danej wzorem
• oblicza wartość funkcji liniowej dla danego argumentu i odwrotnie
• wyznacza miejsce zerowe funkcji liniowej
• interpretuje współczynniki ze wzoru funkcji liniowej
• wyznacza algebraicznie oraz odczytuje z wykresu funkcji liniowej zbiór argumentów, dla których funkcja przyjmuje wartości dodatnie (ujemne)
• odczytuje z wykresu funkcji liniowej jej własności: dziedzinę, zbiór wartości, miejsce zerowe, monotoniczność
• wyznacza wzór funkcji liniowej, której wykres przechodzi przez dane dwa punkty
• wyznacza wzór funkcji liniowej, której wykresem jest dana prosta
• wyznacza współrzędne punktów przecięcia wykresu funkcji liniowej z osiami układu współrzędnych
• sprawdza algebraicznie i graficznie, czy dany punkt należy do wykresu funkcji liniowej
• przekształca równanie ogólne prostej do postaci kierunkowej i odwrotnie
• sprawdza, czy dane trzy punkty są współliniowe
• stosuje warunek równoległości i prostopadłości prostych
• wyznacza wzór funkcji liniowej, której wykres przechodzi przez dany punkt i jest równoległy do wykresu danej funkcji liniowej
• wyznacza wzór funkcji liniowej, której wykres przechodzi przez dany punkt i jest prostopadły do wykresu danej funkcji liniowej
• rozstrzyga, czy dany układ dwóch równań liniowych jest oznaczony, nieoznaczony czy sprzeczny
• rozwiązuje układy równań liniowych z dwiema niewiadomymi metodą podstawiania i metodą przeciwnych współczynników
• określa liczbę rozwiązań układu równań liniowych, korzystając z jego interpretacji geometrycznej

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował zagadnienia na ocenę dostateczną oraz dodatkowo:

• sprawdza, dla jakich wartości parametru funkcja liniowa jest rosnąca, malejąca, stała
• rysuje wykres funkcji przedziałami liniowej i omawia jej własności
• oblicza pole figury ograniczonej wykresami funkcji liniowych oraz osiami układu współrzędnych
• sprawdza, dla jakich wartości parametru dwie proste są równoległe, prostopadłe
• znajduje współrzędne wierzchołków wielokąta, gdy dane są równania prostych zawierających jego boki
• rozwiązuje zadania tekstowe prowadzące do układów równań liniowych z dwiema niewiadomymi
• rozwiązuje algebraicznie układ trzech równań liniowych z trzema niewiadomymi

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności na ocenę bardzo dobrą oraz:

• określa własności funkcji liniowej w zależności od wartości parametrów występujących w jej wzorze
• wykorzystuje własności funkcji liniowej w zadaniach dotyczących wielokątów w układzie współrzędnych

- rozwiązuje graficznie układ równań, w którym występuje wartość bezwzględna
- rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące funkcji liniowej

#### 4. FUNKCJE

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

• rozpoznaje przyporządkowania będące funkcjami
• określa funkcję różnymi sposobami (wzorem, tabelką, wykresem, opisem słownym)
• poprawnie stosuje pojęcia związane z pojęciem funkcji: dziedzina, zbiór wartości, argument, wartość i wykres funkcji
• odczytuje z wykresu dziedzinę, zbiór wartości, miejsca zerowe, najmniejszą i największą wartość funkcji
• wyznacza dziedzinę funkcji określonej tabelą lub opisem słownym
• wyznacza dziedzinę funkcji danej wzorem, wymagającym jednego założenia
• oblicza miejsca zerowe funkcji danej wzorem (w prostych przykładach)
• oblicza wartość funkcji dla różnych argumentów na podstawie wzoru funkcji
• oblicza argument odpowiadający podanej wartości funkcji
• sprawdza algebraicznie położenie punktu o danych współrzędnych względem wykresu funkcji danej wzorem
• wyznacza współrzędne punktów przecięcia wykresu funkcji danej wzorem z osiami układu współrzędnych
• rysuje w prostych przypadkach wykres funkcji danej wzorem
• sporządza wykresy funkcji: $y = f(x - p)$ , $y = f(x) + q$ , $y = f(x - p) + q$ , $y = -f(x)$ , $y = f(-x)$ na podstawie danego wykresu funkcji $y = f(x)$
• odczytuje z wykresu wartość funkcji dla danego argumentu oraz argument dla danej wartości funkcji
• na podstawie wykresu funkcji określa argumenty, dla których funkcja przyjmuje wartości dodatnie, ujemne
• określa na podstawie wykresu przedziały monotoniczności funkcji
• wskazuje wykresy funkcji rosnących, malejących i stałych wśród różnych wykresów
• stosuje funkcje i ich własności w prostych sytuacjach praktycznych

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował zagadnienia na ocenę dostateczną oraz dodatkowo:

• rozpoznaje i opisuje zależności funkcyjne w otaczającej nas rzeczywistości
• przedstawia daną funkcję na różne sposoby
• określa dziedzinę oraz wyznacza miejsca zerowe funkcji danej wzorem, który wymaga kilku założeń
• na podstawie wykresu funkcji określa liczbę rozwiązań równania $f(x) = m$ w zależności od wartości parametru $m$
• na podstawie wykresu funkcji odczytuje zbiory rozwiązań nierówności: $f(x) > m$ , $f(x) < m$ , $f(x) \geq m$ , $f(x) \leq m$ dla ustalonej wartości parametru $m$
• odczytuje z wykresów funkcji rozwiązania równań i nierówności typu $f(x) = g(x)$ , $f(x) < g(x)$ , $f(x) > g(x)$
• szkicuje wykres funkcji spełniającej podane warunki

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności na ocenę bardzo dobrą oraz:

• uzasadnia, że funkcja $f(x) = \frac{1}{x}$ nie jest monotoniczna w swojej dziedzinie
• rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące funkcji

## 5. FUNKCJA KWADRATOWA

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

• rysuje wykres funkcji $f(x) = ax^2$ i podaje jej własności
• sprawdza algebraicznie, czy dany punkt należy do wykresu danej funkcji kwadratowej
• rysuje wykres funkcji kwadratowej w postaci kanonicznej i podaje jej własności
• ustala wzór funkcji kwadratowej w postaci kanonicznej na podstawie informacji o przesunięciach wykresu
• przekształca wzór funkcji kwadratowej z postaci kanonicznej do postaci ogólnej i odwrotnie
• oblicza współrzędne wierzchołka paraboli
• znajduje brakujące współczynniki funkcji kwadratowej, znając współrzędne punktów należących do jej wykresu
• rozwiązuje równania kwadratowe niepełne metodą rozkładu na czynniki oraz stosując wzory skróconego mnożenia
• wyznacza algebraicznie współrzędne punktów przecięcia paraboli z osiami układu współrzędnych
• określa liczbę pierwiastków równania kwadratowego w zależności od znaku wyróżnika
• rozwiązuje równania kwadratowe, stosując wzory na pierwiastki
• sprowadza funkcję kwadratową do postaci iloczynowej, o ile można ją w tej postaci zapisać
• odczytuje miejsca zerowe funkcji kwadratowej z jej postaci iloczynowej
• rozwiązuje nierówności kwadratowe
• wyznacza najmniejszą i największą wartość funkcji kwadratowej w podanym przedziale

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował zagadnienia na ocenę dostateczną oraz dodatkowo:

• na podstawie wykresu określa liczbę rozwiązań równania $f(x) = m$ w zależności od parametru $m$ , gdzie $y = f(x)$ jest funkcją kwadratową
• rozwiązuje zadania tekstowe prowadzące do wyznaczania wartości najmniejszej i największej funkcji kwadratowej
• rozwiązuje zadania tekstowe prowadzące do równań lub nierówności kwadratowych
• znajduje iloczyn, sumę i różnicę zbiorów rozwiązań nierówności kwadratowych

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności na ocenę bardzo dobrą oraz:

• przekształca na ogólnych danych wzór funkcji kwadratowej z postaci ogólnej do postaci kanonicznej
• wyprowadza wzory na współrzędne wierzchołka paraboli
• wyprowadza wzory na pierwiastki równania kwadratowego
• rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące funkcji kwadratowej

## 6. PLANIMETRIA

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

• rozróżnia trójkąty: ostrokątne, prostokątne, rozwartokątne
• stosuje twierdzenie o sumie miar kątów w trójkącie
• sprawdza, czy z trzech odcinków o danych długościach można zbudować trójkąt
• uzasadnia przystawanie trójkątów, wykorzystując cechy przystawania
• wykorzystuje cechy przystawania trójkątów do rozwiązywania prostych zadań
• uzasadnia podobieństwo trójkątów, wykorzystując cechy podobieństwa

• zapisuje proporcje boków w trójkątach podobnych
• wykorzystuje podobieństwo trójkątów do rozwiązywania elementarnych zadań
• sprawdza, czy dane figury są podobne
• oblicza długości boków figur podobnych
• posługuje się pojęciem skali do obliczania odległości i powierzchni przedstawionych za pomocą planu lub mapy
• stosuje w zadaniach twierdzenie o stosunku pól figur podobnych
• wskazuje w wielokątach odcinki proporcjonalne
• <b>rozwiązuje proste zadania, wykorzystując twierdzenie Talesa</b>
• stosuje twierdzenie Pitagorasa
• wykorzystuje wzory na przekątną kwadratu i wysokość trójkąta równobocznego
• oblicza wartości funkcji trygonometrycznych kąta ostrego w trójkącie prostokątnym, gdy dane są boki tego trójkąta
• rozwiązuje trójkąty prostokątne
• stosuje w zadaniach wzór na pole trójkąta: $P = \frac{1}{2}ah$ oraz wzór na pole trójkąta równobocznego o boku $a$ : $P = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował zagadnienia na ocenę dostateczny oraz dodatkowo:

• przeprowadza dowód twierdzenia o sumie miar kątów w trójkącie
• stosuje cechy przystawiania trójkątów do rozwiązywania trudniejszych zadań geometrycznych
• wykorzystuje podobieństwo trójkątów do rozwiązywania praktycznych problemów

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności na ocenę bardzo dobry oraz:

• <b>przeprowadza dowód twierdzenia Talesa</b>
• stosuje twierdzenia o związkach miarowych podczas rozwiązywania zadań, które wymagają przeprowadzenia dowodu
• <b>rozwiązuje zadania wymagające uzasadnienia i dowodzenia z zastosowaniem twierdzenia Talesa i twierdzenia odwrotnego do twierdzenia Talesa</b>
• stosuje własności podobieństwa figur podczas rozwiązywania zadań problemowych oraz zadań wymagających przeprowadzenia dowodu
• stosuje własności czworokątów podczas rozwiązywania zadań, które wymagają przeprowadzenia dowodu
• rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące przystawiania i podobieństw figur

## 7. SUMY ALGEBRAICZNE

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

• rozpoznaje jednomiany i wielomiany
• oblicza wartości liczbowe wielomianów
• redukuje wyrazy podobne w wielomianach
• dodaje, odejmuje i mnoży wielomiany
• przekształca wielomiany, uwzględniając kolejność wykonywania działań
• przekształca wielomiany z zastosowaniem wzorów skróconego mnożenia
• stosuje wzory skróconego mnożenia do wykonywania działań na liczbach postaci $a + b\sqrt{c}$
• rozwiązuje równania kwadratowe niepełne metodą rozkładu na czynniki oraz stosując wzory

skróconego mnożenia
<ul style="list-style-type: none"> <li>rozwiązuje równania kwadratowe, stosując wzory na pierwiastki</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>przedstawia trójmian kwadratowy w postaci iloczynowej</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>rozwiązuje równania wyższych stopni, korzystając z definicji pierwiastka i własności iloczynu</li> </ul>

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował zagadnienia na ocenę dostateczny oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"> <li>rozwiązuje zadania tekstowe prowadzące do równań kwadratowych</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>rozwiązuje równania wyższych stopni, stosując zasadę wyłączania wspólnego czynnika przed nawias</li> </ul>

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności na ocenę bardzo dobry oraz:

<ul style="list-style-type: none"> <li>rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące rozwiązywania równań wyższego stopnia</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>korzystając z wykresu wielomianu, podaje miejsca zerowe, zbiór argumentów, dla których wielomian przyjmuje wartości dodatnie/ujemne/niedodatnie/nieujemne</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>rozwiązuje zadania tekstowe z zastosowaniem wykresu lub wzoru wielomianu</li> </ul>

## 8. FUNKCJE WYMIERNE

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

<ul style="list-style-type: none"> <li>wskazuje wielkości odwrotnie proporcjonalne</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>stosuje zależność między wielkościami odwrotnie proporcjonalnymi do rozwiązywania prostych zadań</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>wyznacza współczynnik proporcjonalności</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>podaje wzór proporcjonalności odwrotnej, znając współrzędne punktu należącego do wykresu</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>szkicuje wykres funkcji <math>f(x) = \frac{a}{x}</math>, gdzie <math>a \neq 0</math> i podaje jej własności (dziedzinę, zbiór wartości, przedziały monotoniczności)</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>szkicuje wykresy funkcji <math>f(x) = \frac{a}{x} + q</math> oraz <math>f(x) = \frac{a}{x-p}</math> i odczytuje jej własności</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>wyznacza asymptoty wykresu powyższych funkcji</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>dobiera wzór funkcji do jej wykresu</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>wyznacza dziedzinę prostego wyrażenia wymiernego</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>oblicza wartość wyrażenia wymiernego dla danej wartości zmiennej</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>skraca i rozszerza proste wyrażenia wymierne</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>wykonuje działania na wyrażeniach wymiernych (proste przypadki) i podaje odpowiednie założenia</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>rozwiązuje proste równania wymierne</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>wykorzystuje wyrażenia wymierne do rozwiązywania prostych zadań tekstowych</li> </ul>

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował zagadnienia na ocenę dostateczny oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"> <li>rozwiązuje zadania tekstowe, stosując proporcjonalność odwrotną</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>szkicuje wykres funkcji <math>f(x) = \frac{a}{x}</math> w podanych przedziałach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>wyznacza współczynnik <math>a</math> tak, aby funkcja <math>f(x) = \frac{a}{x}</math> spełniała podane warunki</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>wyznacza wzory funkcji <math>f(x) = \frac{a}{x} + q</math> oraz <math>f(x) = \frac{a}{x-p}</math> spełniających podane warunki</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>wyznacza dziedzinę wyrażenia wymiernego, korzystając z prostych równań kwadratowych</li> </ul>



• wykonuje działania na wyrażeniach wymiernych i podaje odpowiednie założenia
• przekształca wzory, stosując działania na wyrażeniach wymiernych
• rozwiązuje równania wymierne
• wykorzystuje wyrażenia wymierne do rozwiązywania trudniejszych zadań tekstowych
• wykorzystuje wielkości odwrotnie proporcjonalne do rozwiązywania zadań tekstowych dotyczących prędkości

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności na ocenę bardzo dobry oraz:

• rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące funkcji i wyrażeń wymiernych
• przekształca wzór funkcji homograficznej do postaci kanonicznej i szkicuje wykres funkcji $f(x) = \frac{a}{x-p} + q$ oraz podaje jej własności

## 9. FUNKCJE WYKŁADNICZE I LOGARYTMY

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

• oblicza potęgi o wykładnikach wymiernych
• zapisuje daną liczbę w postaci potęgi o wykładniku wymiernym
• zapisuje daną liczbę w postaci potęgi o danej podstawie
• upraszcza wyrażenia, stosując prawa działań na potęgach (proste przypadki)
• porównuje liczby przedstawione w postaci potęg (proste przypadki)
• wyznacza wartości funkcji wykładniczej dla podanych argumentów
• sprawdza, czy punkt należy do wykresu funkcji wykładniczej
• wyznacza wzór funkcji wykładniczej i szkicuje jej wykres, znając współrzędne punktu należącego do jej wykresu
• szkicuje wykres funkcji wykładniczej, stosując przesunięcie o wektor i określa jej własności
• szkicuje wykres funkcji, będący efektem jednego przekształcenia wykresu funkcji wykładniczej i określa jej własności
• oblicza logarytm danej liczby
• stosuje równości wynikające z definicji logarytmu do prostych obliczeń
• wyznacza podstawę logarytmu lub liczbę logarytmowaną, gdy dana jest jego wartość
• rozwiązuje równania wykładnicze, stosując logarytm
• oblicza logarytm iloczynu, ilorazu i potęgi, stosując odpowiednie twierdzenia o logarytmach

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował zagadnienia na ocenę dostateczny oraz dodatkowo:

• upraszcza wyrażenia, stosując prawa działań na potęgach
• porównuje liczby przedstawione w postaci potęg
• odczytuje rozwiązania nierówności na podstawie wykresów funkcji wykładniczych
• podaje odpowiednie założenia dla podstawy logarytmu lub liczby logarytmowanej
• podaje przybliżoną wartość logarytmów dziesiętnych z wykorzystaniem tablic
• stosuje twierdzenie o logarytmie iloczynu, ilorazu i potęgi do uzasadnienia równości wyrażeń
• wykorzystuje własności funkcji wykładniczej i logarytmu do rozwiązywania zadań o kontekście praktycznym

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności na ocenę bardzo dobry oraz:

• dowodzi twierdzenia o logarytmach
• wykorzystuje twierdzenie o zmianie podstawy logarytmu w zadaniach
• rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące funkcji wykładniczej i logarytmicznej

## 10. CIĄGI

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

• wyznacza kolejne wyrazy ciągu, gdy danych jest kilka jego początkowych wyrazów
• szkicuje wykres ciągu
• wyznacza wzór ogólny ciągu, mając danych kilka jego początkowych wyrazów
• wyznacza początkowe wyrazy ciągu określonego wzorem ogólnym lub słownie
• wyznacza, które wyrazy ciągu przyjmują daną wartość
• podaje przykłady ciągów monotonicznych, których wyrazy spełniają dane warunki
• uzasadnia, że dany ciąg nie jest monotoniczny, mając dane jego kolejne wyrazy
• wyznacza wyraz $a_{n+1}$ ciągu określonego wzorem ogólnym
• podaje przykłady ciągów arytmetycznych
• wyznacza wyrazy ciągu arytmetycznego, mając dany pierwszy wyraz i różnicę
• wyznacza wzór ogólny ciągu arytmetycznego, mając dane dowolne dwa jego wyrazy
• sprawdza, czy dany ciąg jest arytmetyczny (proste przypadki)
• wyznacza wzór ogólny ciągu geometrycznego, mając dane dowolne dwa jego wyrazy
• sprawdza, czy dany ciąg jest geometryczny (proste przypadki)
• stosuje średnią arytmetyczną do wyznaczania wyrazów ciągu arytmetycznego (proste przypadki)
• określa monotoniczność ciągu arytmetycznego i geometrycznego
• oblicza sumę $n$ początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego i geometrycznego
• podaje przykłady ciągów geometrycznych
• wyznacza wyrazy ciągu geometrycznego, mając dany pierwszy wyraz i iloraz
• stosuje monotoniczność ciągu geometrycznego do rozwiązywania prostych zadań
• stosuje własności ciągu arytmetycznego lub geometrycznego do rozwiązywania prostych zadań
• oblicza wysokość kapitału przy różnym okresie kapitalizacji
• oblicza oprocentowanie lokaty (proste przypadki)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował zagadnienia na ocenę dostateczny oraz dodatkowo:

• wyznacza wzór ogólny ciągu spełniającego podane warunki
• bada monotoniczność ciągów
• rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące monotoniczności ciągu
• wyznacza wartości zmiennych tak, aby wraz z podanymi wartościami tworzyły ciąg arytmetyczny lub geometryczny
• sprawdza, czy dany ciąg jest arytmetyczny
• sprawdza, czy dany ciąg jest geometryczny
• rozwiązuje równania z zastosowaniem wzoru na sumę wyrazów ciągu arytmetycznego
• rozwiązuje równania z zastosowaniem wzoru na sumę wyrazów ciągu geometrycznego
• określa monotoniczność ciągu arytmetycznego i geometrycznego
• stosuje własności ciągu arytmetycznego i geometrycznego w zadaniach
• rozwiązuje zadania związane z kredytami dotyczące okresu oszczędzania i wysokości oprocentowania

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności na ocenę bardzo dobry oraz:

• rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące monotoniczności ciągu
• wyznacza wyrazy ciągu określonego rekurencyjnie
• dowodzi wzór na sumę $n$ początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego
• stosuje średnią geometryczną do rozwiązywania zadań
• rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące ciągów

## 11. TRYGONOMETRIA

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

• podaje definicje funkcji trygonometrycznych kąta ostrego w trójkącie prostokątnym
• podaje wartości funkcji trygonometrycznych kątów $30^\circ$ , $45^\circ$ , $60^\circ$
• oblicza wartości funkcji trygonometrycznych kątów ostrych w trójkącie prostokątnym
• odczytuje z tablic wartości funkcji trygonometrycznych danego kąta ostrego
• znajduje w tablicach kąt ostry, gdy dana jest wartość jego funkcji trygonometrycznej
• rozwiązuje trójkąty prostokątne w prostych zadaniach
• oblicza wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych, mając dany sinus, cosinus kąta
• podaje związki między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta
• stosuje zależności między funkcjami trygonometrycznymi do upraszczania wyrażeń zawierających funkcje trygonometryczne
• stosuje funkcje trygonometryczne do rozwiązywania prostych zadań osadzonych w kontekście praktycznym
• zaznacza kąt w układzie współrzędnych
• wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych kąta, gdy dane są współrzędne punktu leżącego na jego końcowym ramieniu
• określa znaki funkcji trygonometrycznych danego kąta
• oblicza wartości funkcji trygonometrycznych szczególnych kątów, np.: $90^\circ$ , $120^\circ$ , $135^\circ$

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował zagadnienia na ocenę dostateczną oraz dodatkowo:

• oblicza wartości funkcji trygonometrycznych kątów ostrych w bardziej złożonych sytuacjach
• stosuje funkcje trygonometryczne do rozwiązywania zadań praktycznych o podwyższonym stopniu trudności
• rozwiązuje trójkąty prostokątne
• oblicza wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych, mając dany tangens kąta
• uzasadnia związki między funkcjami trygonometrycznymi

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności na ocenę bardzo dobrą oraz:

• rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące funkcji trygonometrycznych
• stosuje związek między współczynnikiem kierunkowym a kątem nachylenia prostej do osi $OX$

## 12. PLANIMETRIA

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

• podaje i stosuje wzory na długość okręgu, długość łuku, pole koła i pole wycinka koła
• określa wzajemne położenie okręgów, mając dane promienie tych okręgów oraz odległość ich środków
• oblicza pola figur, stosując zależności między okręgami (proste przypadki)
• określa liczbę punktów wspólnych prostej i okręgu przy danych warunkach
• stosuje własności stycznej do okręgu do rozwiązywania prostych zadań
• rozpoznaje kąty wpisane i środkowe w okręgu oraz wskazuje łuki, na których są one oparte
• stosuje twierdzenie o kącie środkowym i kącie wpisanym, opartych na tym samym łuku (proste przypadki)
• podaje różne wzory na pole trójkąta
• oblicza pole trójkąta, dobierając odpowiedni wzór (proste przypadki)

• rozwiązuje zadania dotyczące okręgu wpisanego w trójkąt prostokątny lub równoboczny
• rozwiązuje zadania związane z okręgiem opisanym na trójkącie
• podaje wzory na pole równoległoboku, rombu i trapezu
• wykorzystuje funkcje trygonometryczne do wyznaczania pól czworokątów (proste przypadki)
• oblicza odległość punktów w układzie współrzędnych
• oblicza odwód wielokąta, mając dane współrzędne jego wierzchołków
• stosuje wzór na odległość między punktami do rozwiązywania prostych zadań
• wyznacza współrzędne środka odcinka, mając dane współrzędne jego końców
• rysuje figury symetryczne w danej symetrii osiowej
• konstruuje figury symetryczne w danej symetrii środkowej
• określa liczbę i wskazuje osi symetrii figury
• wskazuje środek symetrii figury
• znajduje obrazy figur geometrycznych w symetrii osiowej względem osi układu współrzędnych
• znajduje obrazy figur geometrycznych w symetrii środkowej względem środka układu współrzędnych
• stosuje własności symetrii osiowej i środkowej do rozwiązywania prostych zadań

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował zagadnienia na ocenę dostateczny oraz dodatkowo:

• stosuje wzory na długość okręgu, długość łuku okręgu, pole koła i pole wycinka koła do obliczania pól i obwodów figur
• oblicza pole figury, stosując zależności między okręgami
• stosuje własności stycznej do okręgu do rozwiązywania trudniejszych zadań
• stosuje twierdzenie o kącie środkowym i kącie wpisanym, opartych na tym samym łuku oraz wnioski z tego twierdzenia do rozwiązywania zadań o większym stopniu trudności
• stosuje różne wzory na pole trójkąta i przekształca je
• wykorzystuje umiejętność wyznaczania pól trójkątów do obliczania pól innych wielokątów
• rozwiązuje zadania związane z okręgiem wpisanym w dowolny trójkąt i opisanym na dowolnym trójkącie
• stosuje własności środka okręgu opisanego na trójkącie w zadaniach z geometrii analitycznej
• wykorzystuje funkcje trygonometryczne do wyznaczania pól czworokątów
• stosuje wzór na odległość między punktami oraz środek odcinka do rozwiązywania trudniejszych zadań
• stosuje własności symetrii osiowej i środkowej do rozwiązywania trudniejszych zadań

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności na ocenę bardzo dobry oraz:

• dowodzi twierdzenia dotyczące kątów w okręgu
• dowodzi wzoru na pole trójkąta
• rozwiązuje zadania z planimetrii o znacznym stopniu trudności
• stosuje przesunięcie figury o wektor do rozwiązywania zadań
• podaje środek obrotu i kąt obrotu w prostych sytuacjach
• opisuje równaniem okrąg o danym środku i przechodzący przez dany punkt
• wyznacza środek i promień okręgu, mając jego równanie

### 13. RACHUNEK PRAWDOPODOBIENSTWA

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

• wypisuje wyniki danego doświadczenia
• stosuje w typowych sytuacjach regułę mnożenia
• przedstawia w prostych sytuacjach drzewo ilustrujące wyniki danego doświadczenia
• wypisuje permutacje danego zbioru

• stosuje definicję silni
• oblicza w prostych sytuacjach liczbę permutacji danego zbioru
• oblicza w prostych sytuacjach liczbę wariacji bez powtórzeń
• oblicza w prostych sytuacjach liczbę wariacji z powtórzeniami
• stosuje w prostych sytuacjach regułę dodawania do wyznaczenia liczby wyników doświadczenia spełniających dany warunek
• określa zbiór zdarzeń elementarnych danego doświadczenia
• określa zbiór zdarzeń elementarnych sprzyjających danemu zdarzeniu losowemu
• określa zdarzenia przeciwne, zdarzenia niemożliwe, zdarzenia pewne i zdarzenia wykluczające się
• podaje rozkład prawdopodobieństwa dla rzutów kostką, monetą
• stosuje w prostych, typowych sytuacjach klasyczną definicję prawdopodobieństwa do obliczania prawdopodobieństw zdarzeń losowych
• podaje rozkład prawdopodobieństwa
• oblicza prawdopodobieństwo zdarzenia przeciwnego
• stosuje w prostych sytuacjach twierdzenie o prawdopodobieństwie sumy zdarzeń

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował zagadnienia na ocenę dostateczny oraz dodatkowo:

• stosuje regułę mnożenia i regułę dodawania do wyznaczenia liczby wyników doświadczenia spełniających dany warunek
• oblicza w bardziej złożonych sytuacjach liczbę permutacji danego zbioru
• oblicza w bardziej złożonych sytuacjach liczbę wariacji bez powtórzeń
• oblicza w bardziej złożonych sytuacjach liczbę wariacji z powtórzeniami
• zapisuje zdarzenia w postaci sumy, iloczynu oraz różnicy zdarzeń
• stosuje w bardziej złożonych sytuacjach klasyczną definicję prawdopodobieństwa do obliczania prawdopodobieństw zdarzeń losowych
• stosuje własności prawdopodobieństwa do obliczania prawdopodobieństw zdarzeń
• stosuje własności prawdopodobieństwa w dowodach twierdzeń

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności na ocenę bardzo dobry oraz:

• rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące prawdopodobieństwa
• ilustruje doświadczenia wieloetapowe za pomocą drzewa i na tej podstawie oblicza prawdopodobieństwa zdarzeń

## 14. STATYSTYKA

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

• oblicza średnią arytmetyczną, wyznacza medianę i dominantę
• oblicza średnią arytmetyczną, wyznacza medianę i dominantę danych pogrupowanych na różne sposoby
• oblicza wariancję i odchylenie standardowe
• oblicza średnią ważoną liczb z podanymi wagami

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował zagadnienia na ocenę dostateczny oraz dodatkowo:

• oblicza średnią arytmetyczną, wyznacza medianę i dominantę danych przedstawionych na diagramie
• wykorzystuje średnią arytmetyczną, medianę, dominantę i średnią ważoną do rozwiązywania zadań
• oblicza wariancję i odchylenie standardowe zestawu danych przedstawionych na różne sposoby

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności na ocenę bardzo dobry oraz:

- |  |
|--|
| • porównuje odchylenie przeciętne z odchyleniem standardowym           |
| • rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące statystyki |

## 15. STEREOMETRIA

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

- |   |
|---|
| • wskazuje w wielościanie proste prostopadłe, równoległe i skośne   |
| • wskazuje w wielościanie rzut prostokątny danego odcinka na daną płaszczyznę                                       |
| • określa liczby ścian, wierzchołków i krawędzi wielościanu   |
| • wskazuje elementy charakterystyczne wielościanu (np. wierzchołek ostrosłupa)                                      |
| • oblicza pola powierzchni bocznej i całkowitej graniastosłupa i ostrosłupa prostego                                |
| • rysuje siatkę wielościanu na podstawie jej fragmentu  |
| • oblicza długości przekątnych graniastosłupa prostego  |
| • oblicza objętości graniastosłupa i ostrosłupa prawidłowego  |
| • wskazuje kąt między przekątną graniastosłupa a płaszczyzną jego podstawy  |
| • wskazuje kąty między odcinkami w ostrosłupie a płaszczyzną jego podstawy  |
| • wskazuje kąt między sąsiednimi ścianami wielościanu   |
| • rozwiązuje typowe zadania dotyczące kąta między prostą a płaszczyzną  |
| • stosuje w prostych sytuacjach funkcje trygonometryczne do obliczania pola powierzchni i objętości wielościanu     |
| • wskazuje przekroje prostopadłościanu  |
| • wskazuje elementy charakterystyczne bryły obrotowej (np. kąt rozwarcia stożka)                                    |
| • oblicza w prostych sytuacjach pole powierzchni i objętość bryły obrotowej   |
| • stosuje w prostych sytuacjach funkcje trygonometryczne do obliczania pola powierzchni i objętości bryły obrotowej |
| • wyznacza skalę podobieństwa brył podobnych  |

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował zagadnienia na ocenę dostateczny oraz dodatkowo:

- |   |
|---|
| • przeprowadza wnioskowania dotyczące położenia prostych w przestrzeni  |
| • stosuje i przekształca wzory na pola powierzchni i objętości wielościanów   |
| • stosuje w bardziej złożonych sytuacjach funkcje trygonometryczne i twierdzenia planimetrii do obliczenia pola powierzchni i objętości wielościanu     |
| • oblicza pola przekrojów prostopadłościanów, w tym również mając dany kąt nachylenia płaszczyzny przekroju do jednej ze ścian prostopadłościanu        |
| • oblicza miarę kąta dwuściennego między ścianami wielościanu   |
| • stosuje w bardziej złożonych sytuacjach funkcje trygonometryczne i twierdzenia planimetrii do obliczenia pola powierzchni i objętości bryły obrotowej |
| • wykorzystuje podobieństwo brył w rozwiązaniach zadań  |

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności na ocenę bardzo dobry oraz:

- |   |
|---|
| • rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące stereometrii                            |
| • przeprowadza dowody twierdzeń dotyczących związków miarowych w wielościanach i bryłach obrotowych |

## 16. PRZYKŁADY DOWODÓW W MATEMATYCE

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

- |  |
|--|
| • przeprowadza proste dowody dotyczące własności liczb |
| • przeprowadza proste dowody dotyczące nierówności     |

- |   |
|---|
| <ul style="list-style-type: none"><li>• przeprowadza proste dowody dotyczące własności figur płaskich</li></ul> |
|---|

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował zagadnienia na ocenę dostateczny oraz dodatkowo:

- |  |
|--|
| <ul style="list-style-type: none"><li>• przeprowadza trudniejsze dowody dotyczące własności liczb</li></ul>          |
| <ul style="list-style-type: none"><li>• przeprowadza trudniejsze dowody dotyczące nierówności</li></ul>              |
| <ul style="list-style-type: none"><li>• przeprowadza trudniejsze dowody dotyczące własności figur płaskich</li></ul> |

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności na ocenę bardzo dobry oraz:

- |   |
|---|
| <ul style="list-style-type: none"><li>• przeprowadza dowody wymagające wiedzy opisanej na ocenę celującą z innych działów (np. znajomości twierdzenia Talesa)</li></ul> |
|---|

## 17. POWTÓRZENIE

Wymagania dotyczące powtarzanych wiadomości są zgodne z wymaganiami wyżej opisanymi w odpowiednich działach.